

2019年度 入学試験問題

数 学

(1科目 100点 45分)

2019年2月13日(水) 3時限目実施

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この注意事項は、よく読んでください。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 次のことには十分注意してください。
 - ① 解答用紙には、受験番号を記入することを忘れないこと。
 - ② 答えはすべて解答用紙に記入すること。
 - ③ 不正行為はしないこと。

解答については、間違いのないように十分注意し、記入してください。

東 奥 義 塾 高 等 学 校

1 次の(1)～(8)に答えなさい。(42点)

(1) 次のア～オを計算しなさい。

ア $-2-5$

イ $(-2)^3 - (-9) \div \left(\frac{3}{2}\right)^2$

ウ $-ab \div ab^2 \times (-9ab)$

エ $\frac{2x+y-2}{3} - \frac{x-2y-3}{2}$

オ $\sqrt{6}\left(2\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{3}}\right)$

(2) $x=2, y=-3$ のとき, $x^2y - 8xy + 15y$ の値を求めなさい。

(3) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x = 2y - 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

(4) 次の二次方程式を解きなさい。

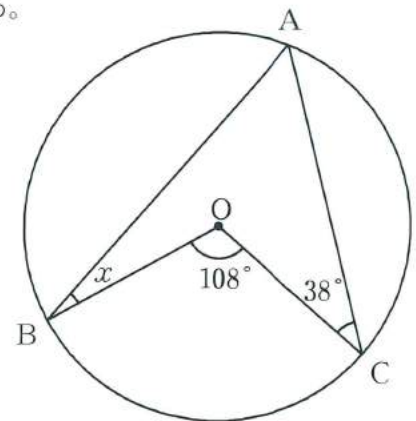
$$x^2 - 3x - 5 = 0$$

- (5) 右の表で、 y が x に反比例するとき、 にあてはまる数を求めなさい。

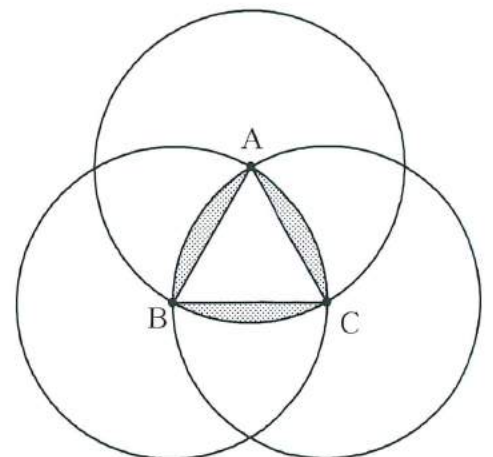
x	...	-4	2	8	...
y	...	4	<input type="text"/>	-2	...

- (6) A, B, C の 3 人でじゃんけんを 1 回するとき、A だけがパーを出して勝つ確率を求めなさい。

- (7) 右の図のように、3 点 A, B, C は円 O の円周上にある。 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



- (8) 右の図のように、半径が 2cm の円 A, B, C があり、それぞれが他の 2 円の中心を通っている。このとき、 $\triangle ABC$ と \widehat{AB} , \widehat{BC} , \widehat{CA} で囲まれた色のついた部分の面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。



2

たくみさんは、これまで利用してきたスマートフォンの料金プランの変更を検討している。これまでたくみさんが契約してきた料金プランAは、以下の通りである。

○料金プランA

利用データ量	0～5.0GB	5.1～6.0GB	6.1～7.0GB	7.1～8.0GB	8.1～9.0GB	…
料金	5,000円	6,000円	7,000円	8,000円	9,000円	…

料金プランAの料金は5.0GBまでを基本のデータ定額代で5,000円とする。ただし、5.0GBを超過した際は、1.0GBごとに1,000円のデータ追加料金を支払うこととする。

たくみさんが昨年度1年間の利用データ量とそれに応じた料金を調べると、下の表の通りであった。

表

月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	1月	2月	3月
利用データ量 (GB)	4.9	7.3	6.3	2.9	5.8	3.0	4.3	5.9	7.8	5.6	4.9	8.5
料金 (円)	5,000	8,000										

例えば、表にある4月は5.0GB以下なのでデータ定額代のみで料金は5,000円である。5月は5.0GBを超過しているため、データ定額代5,000円とデータ追加料金として3.0GB分の3,000円を合わせて料金は8,000円となる。

たくみさんが変更を検討している料金プランは、下の料金プランBと料金プランCの2つである。

○料金プランB (各月ごとの利用データ量に応じて月額が決まるプラン)

利用データ量	0～1.0GB	1.1～2.0GB	2.1～3.0GB	3.1～5.0GB	5.1～20.0GB
料金	3,000円	4,000円	4,500円	5,500円	6,500円

○料金プランC (各月ごとの利用データ量に関わらず20.0GBまで定額で利用できるプラン)

利用データ量	0～20.0GB
料金	5,500円

例えば、料金プランBでは、表にある4月は5.0GB以下なので料金は5,500円である。5月は5.1GB以上なので料金は6,500円となる。料金プランCでは、表にある月はいずれも20.0GB以下なので料金は5,500円となる。

以上の内容をふまえ、次の(1)、(2)に答えなさい。(15点)

- (1) 料金プランA～Cをもとに、たくみさんは4月からの料金プランの変更についてあきらさんに相談することにした。

たくみさん 「昨年度1年間のスマホの料金がかかりすぎているので、何とか節約したいと思うのだけど、料金プランはどうしたらよいだろう？」

あきらさん 「ちなみに昨年度1年間は料金プランAでいくらかかっていたの？」

たくみさん 「昨年度1年間の利用データ量を表にまとめたから、それに各月の料金を書いてみて、合計すると□あ□円だね。」

あきらさん 「確かに高いね。じゃあ利用データ量に応じた料金プランBはどうだろう？これだと昨年度のように5.0GBを超えたとしても、1.0GBごとのデータ追加料金は必要ないね。昨年度の利用データ量を参考にして、4月からの1年間の利用データ量が、昨年度1年間と同様の利用データ量であると仮定して、料金を考えてみようよ。そうすると、4月からの1年間の料金は□い□円となるね。」

たくみさん 「プランAの料金よりは安くなっているね。でも昨年度の利用データ量を参考にするすると、5.1GB以上使っている月が□う□ヶ月もあって、1ヶ月あたりの利用データ量を計算してみると□え□GBだから、利用データ量に関わらず20.0GBまで定額で利用できる料金プランCでもいいのかなって思うよ。」

あきらさん 「料金プランCだと4月からの1年間の料金の合計は□お□円となるね。そうすると、料金を安くすることができるのは料金プラン□か□ということになるね。」

たくみさん 「なるほど、じゃあそのプランにしてみるよ！ありがとう！」

以上の会話をもとに、たくみさんは料金プランBと料金プランCのどちらの料金プランを選んだ方がよいかを考えた。□あ□～□お□にあてはまる数字を書きなさい。また、□か□にはB、Cの正しい方を書きなさい。

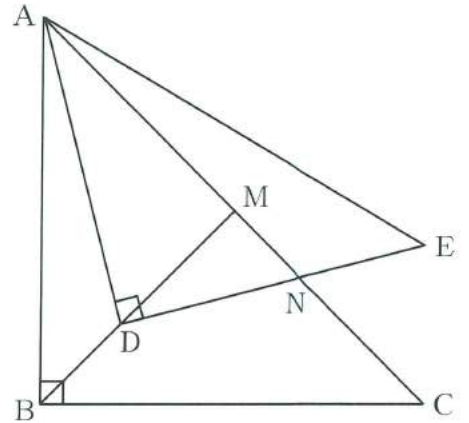
(2) 料金プランA～Cの内容や表からわかることとして正しいものを、次の①～④からすべて選び、その番号を書きなさい。ただし、プランの変更を検討する上で、4月からの1年間の利用データ量についても、表の利用データ量と同様であると仮定して考えることとする。

- ① 毎月5.1GB以上使うのであれば、料金プランBよりも料金プランCの方が1年間の料金が安い。
- ② 昨年度1年間の各月ごとの利用データ量の中央値は平均値よりも小さい。
- ③ 料金プランを変更せず、もう1年このまま料金プランAで更新すれば、料金プランBに変更するよりも年間で3,000円以上の損をする。
- ④ 料金プランBに変更し、毎月の利用データ量を3.0GB以内に抑えれば、昨年度の1年間で支払った支払料金の70%以下の料金に抑えることができる。

3

次の(1), (2)に答えなさい。(15点)

- (1) 右の $\triangle ABC$ は、 $AB=BC$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ の直角二等辺三角形である。 $\angle ABC$ の二等分線が辺 AC と交わる点を M とする。線分 BM 上に点 D をとり、 $AD=DE$ 、 $\angle ADE=90^\circ$ となる直角二等辺三角形 ADE を、辺 AC と辺 DE が交わるように作り、 AC と DE の交点を N とする。ただし、点 D は B 、 M と一致しないものとする。次のア、イに答えなさい。



- ア $\triangle ABD \sim \triangle AEN$ を次のように証明した。□あ□～□お□にあてはまる角や数字、ことばを書きなさい。

[証明]

$\triangle ABD$ と $\triangle AEN$ について

仮定より、

$$\angle DAB = \angle MAB - \angle \square\text{あ}\square = \square\text{い}\square^\circ - \angle \square\text{あ}\square \dots \text{①}$$

$$\angle NAE = \angle DAE - \angle \square\text{あ}\square = \square\text{い}\square^\circ - \angle \square\text{あ}\square \dots \text{②}$$

$$\text{①, ② より } \angle DAB = \angle NAE \dots \text{③}$$

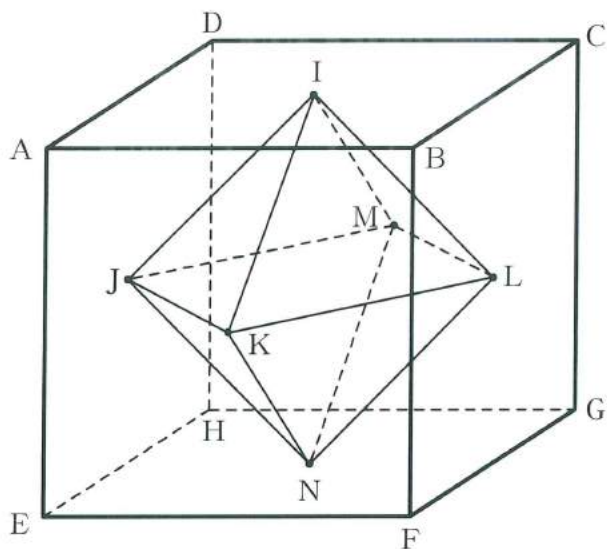
$$\text{また, } \angle ABD = \angle \square\text{う}\square = \square\text{え}\square^\circ \dots \text{④}$$

③, ④ より □お□ がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABD \sim \triangle AEN$

- イ $\angle BAD=15^\circ$ 、 $AB=10\text{ cm}$ のとき、 $\triangle DNM$ の面積を求めなさい。

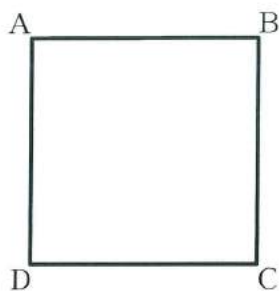
- (2) 下の図1のように、一辺の長さが4cmの立方体 $ABCD-EFGH$ がある。立方体のそれぞれの面の対角線の交点を I, J, K, L, M, N とする。この6つの点を頂点とする正八面体について、次のア、イに答えなさい。

図1



- ア この立方体を点 J, K, L, M を含む平面で切断する。下の図2は、切断した上半分の立体を下からのぞきこんで見たときの断面図である。図2に点 J, K, L, M と四角形 $JKLM$ を書き入れなさい。

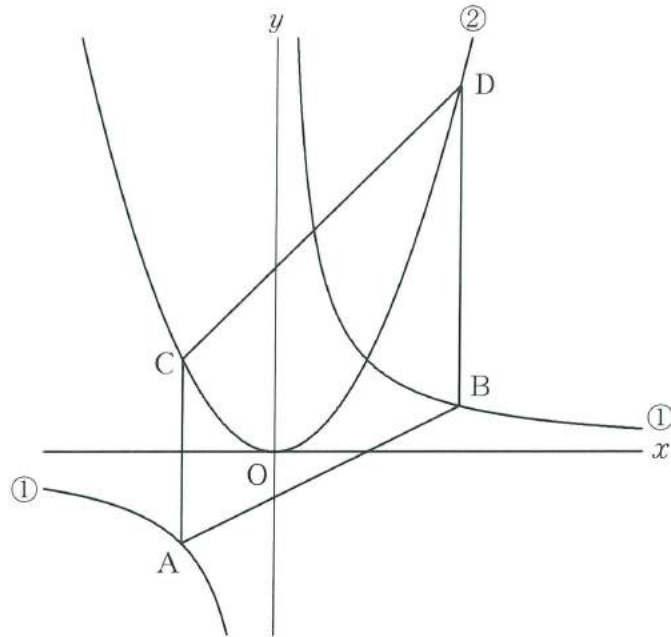
図2



- イ 6つの点 I, J, K, L, M, N を頂点とする正八面体の体積を求めなさい。

4

下の図で、①は関数 $y = \frac{4}{x}$ 、②は関数 $y = ax^2$ (a は正の定数) のグラフである。点A, B は曲線①上にあり、 x 座標はそれぞれ $-2, 4$ である。点C, D は曲線②上にあり、 x 座標はそれぞれ $-2, 4$ である。次の(1) ~ (3) に答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さを1 cm とする。(11 点)

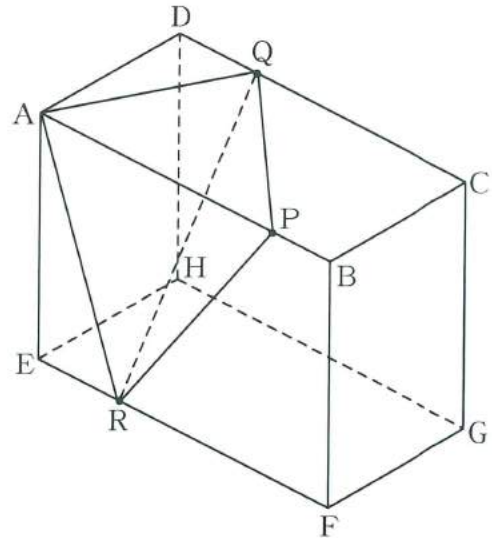


- (1) $a = \frac{1}{2}$ のとき、点C, D の座標を求めなさい。
- (2) 四角形ABDC が平行四辺形するとき、 a の値を求めなさい。
- (3) (2) のとき、平行四辺形ABDC の対角線AD とBC の交点を点E とする。また、点B がある方の曲線①上に点F をとる。平行四辺形ABDC の面積と $\triangle CEF$ の面積の比が $2 : 1$ となるような点F の x 座標を求めなさい。

5

下の図は、 $AB=12\text{cm}$ 、 $AD=6\text{cm}$ 、 $AE=9\text{cm}$ の直方体 $ABCD-EFGH$ である。点 P 、 Q 、 R は同時に出発し、点 P は直方体の辺上を点 A から点 B まで毎秒 2cm の速さで進んで止まる。点 Q は直方体の辺上を点 A から点 D を通って点 C まで毎秒 2cm の速さで進んで止まる。点 R は直方体の辺上を点 G から点 F 、 E を通って点 A まで毎秒 3cm の速さで進んで止まる。

次の(1)、(2)に答えなさい。(17点)



- (1) 下の表は x 秒後の $\triangle APQ$ の面積 $y\text{cm}^2$ について、 x と y の関係を式に表したものである。□①～□⑤にあてはまる数または式を、それぞれ書きなさい。ただし、 $0 \leq x \leq 9$ とする。

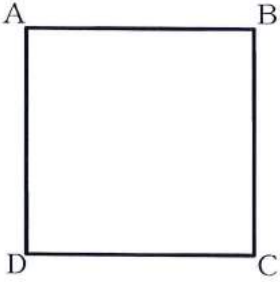
x の変域	式
$0 \leq x \leq \square ①$	$y = \square ②$
$\square ① \leq x \leq \square ③$	$y = \square ④$
$\square ③ \leq x \leq 9$	$y = \square ⑤$

- (2) $\triangle APQ$ を底面とする三角錐 $R-APQ$ の体積が 24cm^3 となるのは点 P 、 Q 、 R が同時に出発してから何秒後であるか求めなさい。

数学解答用紙

1	(1)	ア		(3)	$x =$, $y =$
		イ		(4)	$x =$
		ウ		(5)	
		エ		(6)	
		オ		(7)	度
	(2)		(8)	cm^2	

2	(1)	あ		え	
		い		お	
		う		か	
	(2)				

3	(1)	あ		う		(2)	ア	
		イ		え			イ	
		ア		お			イ	cm^3
	イ			cm^2				

4	(1)	C (,)	D (,)	(2)	$a =$	(3)	
----------	-----	---------	---------	-----	-------	-----	--

5	(1)	①		②		③	
		④		⑤		(2)	秒後

受験番号

得点