

2023 年度 入学試験問題

数 学

(1 科目 100 点 45 分)

2023 年 2 月 9 日 (木) 3 時限目実施

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この注意事項は、よく読んでください。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 次のことには十分注意してください。
 - ① 解答用紙には、受験番号を記入することを忘れないこと。
 - ② 答えはすべて解答用紙に記入すること。
 - ③ 不正行為はしないこと。

解答については、間違いのないように十分注意し、記入してください。

東 奥 義 塾 高 等 学 校

1

次の(1)～(8)に答えなさい。(43点)

(1) 次のア～オを計算しなさい。

ア $4+2-(-5)$

イ $\frac{2}{7} \div 0.5$

ウ $-4^2 - (-3)^2$

エ $2(x+8y) - (3x-y)$

オ $\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{3}$

(2) 次の方程式を解きなさい。

$$x^2 + 5x + 3 = 0$$

(3) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

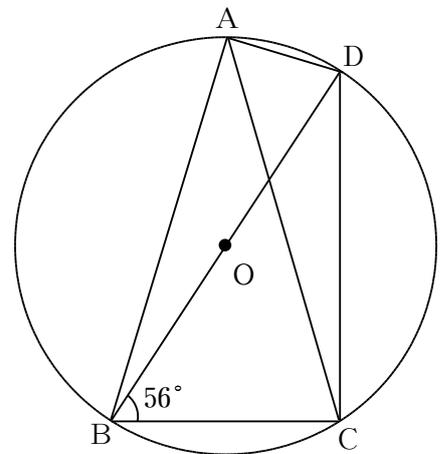
(4) 関数 $y = 2x + 3$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域を求めなさい。

(5) 絶対値が 2 以下である整数をすべて書きなさい。

(6) 右の図のように 4 枚のカードがあり、その中から 2 枚のカードを続けて取り出す。取り出した順に左から右へカードを並べてできる 2 けたの整数が、24 より大きい数になる確率を求めなさい。ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。



(7) 次の図は円 O に内接する四角形 $ABCD$ であり、対角線 BD は円の中心 O を通る。 $AB=AC$ 、 $\angle DBC=56^\circ$ のとき、 $\angle ACD$ の大きさを求めなさい。

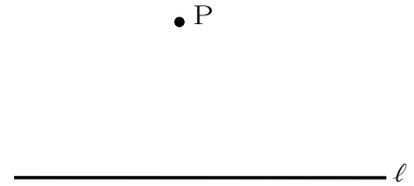


(8) ある工場と同じ製品が 60000 個製造された。このうち 150 個を無作為に抽出して検査したところ、2 個が不良品であった。このとき、この工場で製造された 60000 個の製品のうちの不良品の個数はおよそ何個と推定されるか、求めなさい。

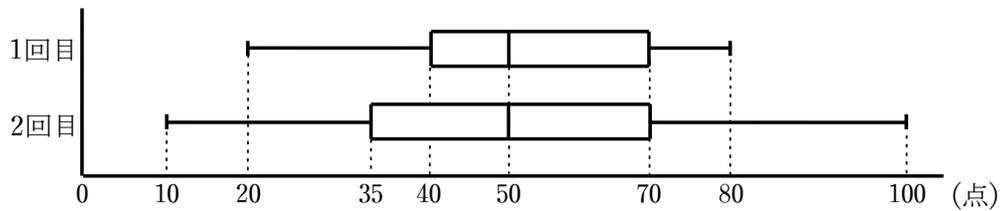
2

次の(1), (2)に答えなさい。(9点)

- (1) 右の図のように、直線 l と、 l 上にない点 P がある。 P と l 上の点を結ぶ線分の長さがもっとも短くなるような l 上の点 Q を作図により求め、点 Q の位置を示す文字 Q も書きなさい。ただし、作図に用いた線は残しておくこと。



- (2) あるクラスの生徒 35 人が、100 点満点のクイズに 2 回挑戦した。それぞれの挑戦について、35 人の得点の分布のようすを箱ひげ図に表した。次のア～ウに答えなさい。



ア 1 回目のデータの^{しぶんいはんい}四分位範囲を求めなさい。

イ 2 回目のデータの第 3 四分位数を求めなさい。

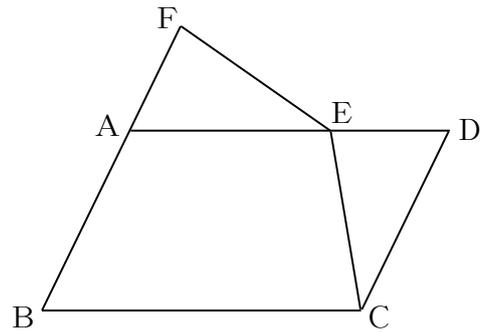
ウ 箱ひげ図から読み取れることとして必ず正しいものを、次の①～④の中からすべて選び、その番号を書きなさい。

- ① 1 回目も 2 回目も、平均点は 50 点である。
- ② 四分位範囲は、1 回目よりも 2 回目の方が大きい。
- ③ 1 回目と 2 回目の合計得点が 180 点である生徒が必ずいる。
- ④ 2 回目の得点が 70 点である生徒が必ずいる。

3

次の(1), (2)に答えなさい。(16点)

- (1) 右の図のように, 平行四辺形 ABCD の辺 AD 上に, $AB=AE$ となる点 E をとり, BA の延長上に $AD=BF$ となる点 F をとり, A と F, E と F, C と E をそれぞれ結ぶ。次のア, イに答えなさい。



- ア 「 $\triangle AEF \equiv \triangle DCE$ である」ことを証明したい。□あ～□おにあてはまる角や辺を書きなさい。

[証明]

$\triangle AEF$ と $\triangle DCE$ において,

仮定から, $BF = AD$ …①

$AB = AE$ …②

①, ② から, $AF = DE$ …③

平行四辺形の対辺なので, □あ = □い …④

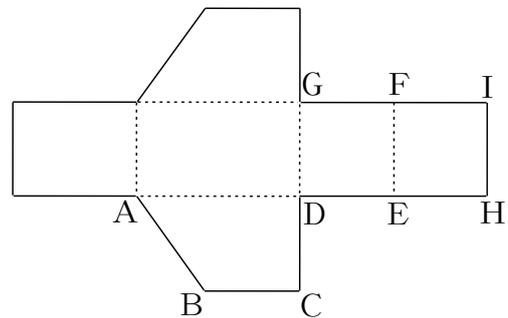
仮定より $AB = AE$ なので ④ より, □う = □い …⑤

$BF \parallel CD$ より, 錯角が等しいので, □え = □お …⑥

③, ⑤, ⑥ より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので, $\triangle AEF \equiv \triangle DCE$ となる。

- イ A と C, D と F をそれぞれ結び, $\triangle EAC$ と $\triangle EDF$ をつくる。 $AB=3\text{ cm}$, $BC=5\text{ cm}$ のとき, $\triangle EAC$ の面積は $\triangle EDF$ の面積の何倍であるか, 求めなさい。

- (2) 右の図は, $AD \parallel BC$ の台形 ABCD を底面とする四角柱の展開図であり, $AD=5\text{ cm}$, $CD=3\text{ cm}$, $\angle ADC=90^\circ$ で, 四角形 DEFG と四角形 EHIF はともに正方形である。このとき, この展開図を点線で折り曲げてできる四角柱について, 次のア, イに答えなさい。

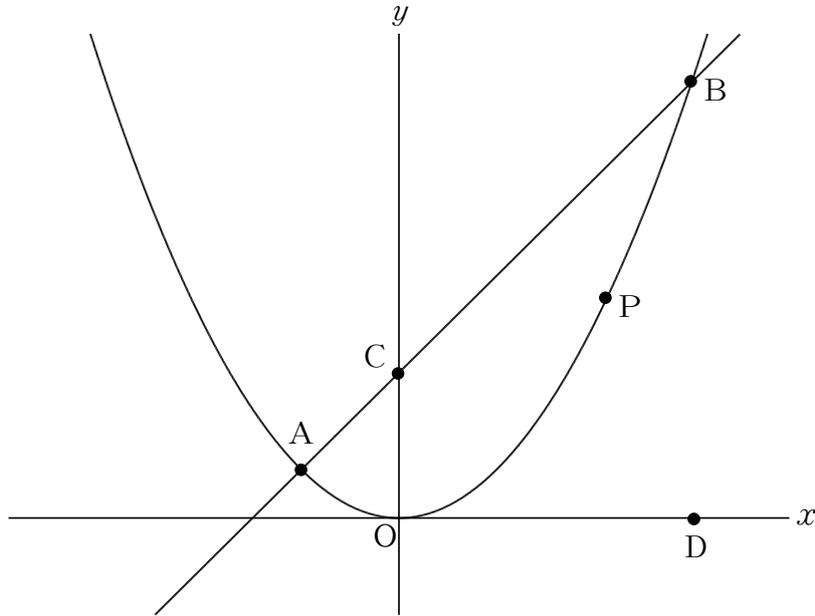


- ア この四角柱の体積を求めなさい。

- イ この四角柱において, 線分 AI の長さを求めなさい。

4

下の図のように、関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフと直線が 2 点で交わっていて、点 A の x 座標は -1 、点 B の座標は $(3, \frac{9}{2})$ である。また直線 AB と y 軸との交点を C、点 D の座標は $(3, 0)$ 、放物線上の点 P の x 座標は t である。次の (1) ~ (4) に答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とする。(16 点)

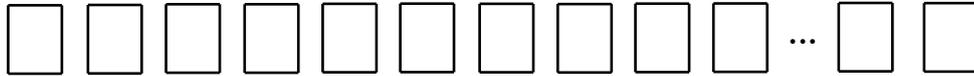


- (1) a の値を求めなさい。
- (2) 直線 AB の式を求めなさい。
- (3) $\triangle OPD$ の面積が $\triangle OPC$ の面積の 2 倍となるとき、 t の値を求めなさい。ただし、 $t > 0$ とする。
- (4) (3) のとき、 $\triangle OPD$ を、直線 OP を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

5

1 から 20 までの自然数を、1 つずつ表側に書いた 20 枚のカード ($\boxed{1}, \boxed{2}, \dots, \boxed{20}$) がある。ただし、どのカードも裏側には何も書かれていない。はじめに、この 20 枚のカードを左から横一列に、数字の順に裏返して並べる。

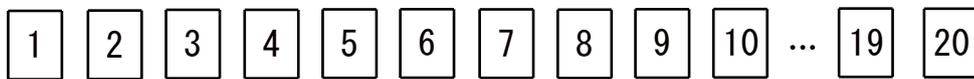
[はじめの状態]



この状態から、次のような操作を行う。

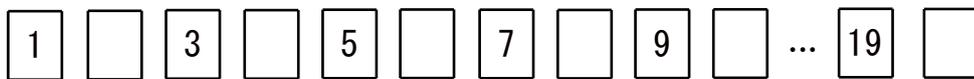
第 1 回目の操作では 1 の倍数の位置にあるカード、つまりすべてのカードをひっくり返す。したがって、すべてのカードの表側が現れる。

[第 1 回目の操作後]



第 2 回目の操作では、第 1 回目の操作後の状態から、2 の倍数の位置にあるカード（左から 2 枚目、4 枚目、6 枚目、…）をすべてひっくり返す。

[第 2 回目の操作後]



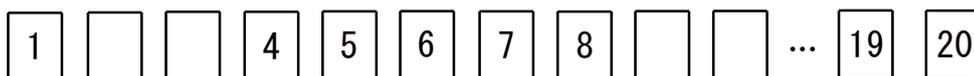
第 3 回目の操作では、第 2 回目の操作後の状態から、3 の倍数の位置にあるカード（左から 3 枚目、6 枚目、9 枚目、…）をすべてひっくり返す。その結果、 $\boxed{3}$ や $\boxed{9}$ のカードは裏側になり、 $\boxed{6}$ や $\boxed{12}$ のカードは表側が現れる。

[第 3 回目の操作後]



第 4 回目の操作では、同様に 4 の倍数の位置にあるカードをすべてひっくり返す。

[第 4 回目の操作後]



以下同様に、第 5 回目から第 20 回目の操作を行い、すべての操作を終える。このとき、次の (1) ~ (4) に答えなさい。(16 点)

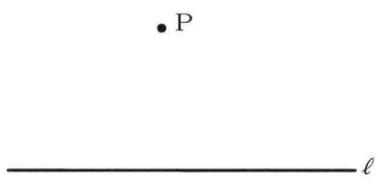
- (1) 第3回目の操作の後，表側が出ているカードは，全部で何枚あるか，求めなさい。
- (2) 第5回目の操作では，何枚のカードをひっくり返すことになるか，求めなさい。
- (3) $\boxed{4}$ のカードは，すべて操作を終えるまでに3回（第1回目，第2回目，第4回目）ひっくり返される。 $\boxed{18}$ のカードは，すべての操作を終えるまでに何回ひっくり返されるか，求めなさい。
- (4) すべての操作を終えた後，表側が出ているカードに書かれている数字をすべて求めなさい。

数学解答用紙

1	(1)	ア	
		イ	
		ウ	
		エ	
		オ	
	(2)	$x =$	
	(3)	$x =$, $y =$	
	(4)		
	(5)		
(6)			
(7)	度		
(8)	個		

3	(1)	ア	あ	
			い	
			う	
			え	
			お	
	イ			
(2)	ア	cm^3		
	イ	cm		

4	(1)	$a =$	
	(2)		
	(3)	$t =$	
	(4)	cm^3	

2	(1)		
		ア	
	(2)	イ	
		ウ	

5	(1)	枚	
	(2)	枚	
	(3)	回	
	(4)		

受験番号

得点